L-R परिपथ मे धारा की वृद्धि तथा धारा के क्षय होने मे ऊर्जा
Energy in growth and decay of Current in L-R Circuit

प्रेरकत्व कुण्डली मे जब धारा का प्रवाह प्रारम्भ करते है तो जैसे जैसे कुण्डली मे धारा बढ़ती है उसमें उत्पन्न प्रेरित वि० वा० बल धारा की वृद्धि का विरोध करता है। अतः परिपथ मे धारा को स्थापित करने में बैटरी द्वारा इस प्रेरित वि० वाहक बल के विरुद्ध कुछ कार्य करना पड़ता है। यह कार्य कुण्डली में चुम्बकीय ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। कुण्डली के ओमीय प्रतिरोध मे धारा के बहने से कुछ ऊष्मा भी उत्पन्न होती है। बैटरी द्वारा दी गयी कुल ऊर्जा की दर, ओमीय प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मीय ऊर्जा की दर तथा कुण्डली में संचित चुम्बकीय ऊर्जा की दर के बराबर होती है - धारा क्षय की स्थिति में कुण्डली में संचित समस्त चुम्बकीय ऊर्जा ऊष्मीय ऊर्जा में बदल जाती है।

(i) धारा वृद्धि के समय -

बैटरी द्वारा ऊर्जा प्रदान करने की दर

$$\frac{dE}{dt} = EI = EI_0\left(1-e^{-Rt/L}\right)$$

$$= \frac{E^2}{R}\left(1-e^{-Rt/L}\right) \quad \left\{\text{क्योंकि } I_0 = \frac{E}{R}\right\} \quad \text{—— (1)}$$

ओमीय प्रतिरोध ऊष्मीय ऊर्जा प्रदान करने की दर

$$\frac{dH}{dt} = I^2R = I_0^2\left(1-e^{-Rt/L}\right)^2$$

$$= \frac{E^2}{R}\left(1-e^{-Rt/L}\right)^2 \quad \text{—— (2)}$$

तथा कुण्डली में प्रेरकत्व के कारण चुम्बकीय ऊर्जा संचित होने की दर

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}LI^2\right) = LI\frac{dI}{dt}$$

$$\text{या } LI_0\left(1-e^{-Rt/L}\right)\frac{E}{L}e^{-Rt/L}$$

$$= \frac{E^2}{R}e^{-Rt/L}\left(1-e^{-Rt/L}\right) \quad \text{—— (3)}$$

Scanned by CamScanner

समी० (i) व (ii) व (iii) से

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{dH}{dt} + \frac{dU}{dt}$$

अर्थात बैटरी द्वारा प्रदान की गयी ऊर्जा की दर = ओहमीय प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मीय ऊर्जा की दर + कुण्डली में चुम्बकीय ऊर्जा संचित होने की दर

(ii) धारा क्षय के समय

प्रति सेकण्ड ओहमीय प्रतिरोध में उत्पन्न ऊष्मीय ऊर्जा $\frac{dH}{dt} = I^2R$

धारा के अधिकतम स्थायी मान से शून्य तक होने में लगे समय $(t = \infty)$ में उत्पन्न कुल ऊष्मीय ऊर्जा

$$H = \int_0^\infty I^2 R\, dt$$

$$H = \int_0^\infty (I_0 e^{-Rt/L})^2 R\, dt$$

$$H = I_0^2 R \int_0^\infty e^{-2Rt/L}\, dt$$

$$H = I_0^2 R \left(\frac{e^{-2Rt/L}}{-2R/L} \right)_0^\infty$$

$$H = -\frac{1}{2} L I_0^2 (e^{-\infty} - e^{-0})$$

$$H = -\frac{1}{2} L I_0^2 (0 - 1)$$

$$H = \frac{1}{2} L I_0^2$$

= प्रारम्भ में कुण्डली में संचित कुल चुम्बकीय ऊर्जा

Scanned by CamScanner